

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas.

Calificación total máxima: 10 puntos.

Tiempo: Hora y media.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dado el plano $\pi \equiv x + 3y + z = 4$, se pide:

- a) (1 punto). Calcular el punto simétrico P del punto $O(0,0,0)$ respecto del plano π .
- b) (1 punto). Calcular el coseno del ángulo α que forman el plano π y el plano $x = 0$.
- c) (1 punto). Calcular el volumen del tetraedro T determinado por el plano π , y los planos $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Dado el sistema:

$$\begin{cases} 4x + 4\lambda y + 2z = 2\lambda \\ \lambda x + y - \lambda z = \lambda \\ 4\lambda x + 4\lambda y + \lambda z = 9 \end{cases},$$

se pide:

- a) (2 puntos). Discutir el sistema según los valores del parámetro λ .
- b) (1 punto). Resolver el sistema para $\lambda = -1$.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Calcular el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{\alpha x^2 + 4x + 8} \right)^{(x+1)}$$

según los valores del parámetro α .

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Calcular la integral:

$$F(x) = \int_0^x t^2 e^{-t} dt.$$

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dadas las rectas:

$$r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{1}, \quad s \equiv \frac{x+2}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1},$$

se pide:

- a) (1 punto). Hallar la ecuación del plano π que contiene a r y es paralelo a s .
- b) (1 punto). Determinar la distancia entre las rectas r y s .
- c) (1 punto). Estudiar si la recta t paralela a r y que pasa por $O(0,0,0)$ corta a la recta s .

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Si la derivada de la función $f(x)$ es:

$$f'(x) = (x-1)^3(x-5),$$

obtener:

- a) (1 punto). Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f .
- b) (1 punto). Los valores de x en los cuales f tiene máximos relativos, mínimos relativos, o puntos de inflexión.
- d) (1 punto). La función f sabiendo que $f(0) = 0$.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Dado el sistema:

$$\begin{cases} 2x - y = \lambda \\ \lambda x - 2y = 4 \\ 3x - y = 2 \end{cases},$$

se pide:

- a) (1,5 puntos). Discutir el sistema según los valores del parámetro λ .
- b) (0,5 puntos). Resolver el sistema cuando sea posible.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix},$$

se pide:

- a) (1 punto). Estudiar el rango de la matriz A según los valores del parámetro a .
- b) (1 punto). Obtener la matriz inversa de A para $a = -1$.