UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS
OFICIALES DE GRADO
Curso **2009-2010**

MATERIA: MATEMÁTICAS II

Universidad de Alcalá

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas.
Calificación total máxima: 10 puntos.
Tiempo: Hora y media.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Sabiendo que $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 0 & 3 \\ \alpha & \beta & \gamma \end{vmatrix} = 3$, y utilizando las propiedades de los determinantes, calcular:

a) (1 punto) El determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 6 & 0 & 3 \\ \alpha & \beta & \gamma \end{pmatrix}^4$,

b) (1 punto) $\begin{vmatrix} 10 & 20 & 30 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3\alpha & 3\beta & 3\gamma \end{vmatrix}$, c) (1 punto) $\begin{vmatrix} 3\alpha+2 & 3\beta+4 & 3\gamma+6 \\ 2\alpha & 2\beta & 2\gamma \\ \alpha+6 & \beta & \gamma+3 \end{vmatrix}$.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la recta:

$$r \equiv \frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{3}$$

y el punto $P(2,0,-1)$, se pide:

a) (1 punto) Hallar la distancia del punto P a la recta r.
b) (2 puntos) Hallar las coordenadas del punto P' simétrico de P respecto de la recta r.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Hallar:

a) (1 punto) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left[\dfrac{\sqrt[3]{3+5x-8x^3}}{1+2x}\right]^{25}$.

b) (1 punto) $\lim\limits_{x\to 0} \left(1+4x^3\right)^{2/x^3}$.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Dada la función $f(x) = \ln(x^2+4x-5)$, donde ln significa logaritmo neperiano, se pide:

a) (1 punto) Determinar el dominio de definición de $f(x)$ y las asíntotas verticales de su gráfica.
b) (1 punto) Estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dadas las funciones:

$$y = 9 - x^2\,, \qquad y = 2x + 1\,,$$

se pide:

a) (1 punto) Dibujar las gráficas de las dos funciones identificando el recinto acotado por ellas.
b) (1 punto) Calcular el área de dicho recinto acotado.
c) (1 punto) Hallar el volumen del cuerpo de revolución obtenido al hacer girar alrededor del eje OX el recinto acotado por la gráfica de $y = 9 - x^2$ y el eje OX.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Dados el plano $\pi \equiv 2x + ay + 4z + 25 = 0$ y la recta:

$$r \equiv x + 1 = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{5}$$

se pide:

a) (1 punto) Calcular los valores de a para los que la recta r está contenida en el plano π.
b) (1 punto) Para el valor $a = -2$, hallar el punto (o los puntos) que pertenecen a la recta perpendicular a π que pasa por $P(-3/2, 0, -11/2)$, y que dista (o distan) $\sqrt{6}$ unidades de π.
c) (1 punto) Para $a = -2$, halla el seno del ángulo que forman r y π.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Se considera el sistema de ecuaciones:

$$\left\{ \begin{array}{rcrcrl} 2x & + & my & + & 3z & = 3\,, \\ x & + & y & - & 2z & = 0\,, \\ 5x & + & (m+1)y & + & z & = 9\,. \end{array} \right.$$

Se pide:

a) (1'5 puntos) Discutir el sistema según los valores de m.
b) (0,5 puntos) Resolver el sistema para el caso $m = 0$.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix}$ estudiar para qué valores de a tiene inversa y calcularla siempre que sea posible.