UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO
Curso **2009-2010**

MATERIA: MATEMÁTICAS II

Universidad de Alcalá

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas.
Calificación total máxima: 10 puntos.
Tiempo: Hora y media.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Se consideran las rectas:

$$r \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda\,, \\ y = 2\,, \\ z = 3 - \lambda\,, \end{cases} \qquad s \equiv \begin{cases} x + 2y - z = -1\,, \\ x + y = -2\,. \end{cases}$$

Determinar la ecuación de la recta t que pasa por el punto $P(0, 1, -2)$ y corta a las rectas r y s.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

El sistema $AX = B$, donde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ a & 5 & a \end{pmatrix}, \qquad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix},$$

tiene diferentes soluciones según sea la matriz B.

a) (1 punto) Determinar, si existen, el valor o valores de a para los que el sistema es compatible determinado (independientemente del valor de B).

b) (0'5 puntos) Si $a = 4$, y $B = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ b \end{pmatrix}$, determinar, si existen, el valor o valores de b para los que el sistema es incompatible.

c) (1'5 puntos) Si $a = 4$, y $B = \begin{pmatrix} 0 \\ c \\ 10 \end{pmatrix}$, determinar, si existen, el valor o valores de c para los que el sistema es compatible indeterminado. Resolver el sistema.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Obtener el valor de a para que: $\displaystyle \lim_{x \to \infty} \left(\frac{x^2 - 3}{x^2 + 3} \right)^{ax^2} = 4\,.$

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Hallar:

a) (0'5 puntos) $\displaystyle \int_{14}^{16} (x - 15)^8 dx\,.$ b) (1'5 puntos) $\displaystyle \int_{9}^{11} (x - 10)^{19} (x - 9)\, dx\,.$

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dado el sistema de ecuaciones:

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & + & kz & = & k, \\ x & + & ky & + & z & = & k^2, \\ kx & + & y & + & z & = & 1, \end{array}\right.$$

se pide:

a) (2 puntos) Discutirlo según los valores del parámetro k.

b) (1 punto) Resolverlo para $k = 0$.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la función:

$$f(x) = \frac{3x^2 + 5x - 20}{x + 5}$$

se pide:

a) (1'5 puntos) Estudiar y obtener las asíntotas.

b) (1 punto) Estudiar los intervalos de concavidad y convexidad.

c) (0'5 puntos) Representar gráficamente la función.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Dadas las rectas:

$$r \equiv \left\{\begin{array}{r} 2x + y - z = -2, \\ x - 2y = -1, \end{array}\right. \qquad s \equiv \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{2},$$

se pide:

a) (1 punto) Dados los puntos $A(1, 0, -1)$ y $B(a, 3, -3)$, determinar el valor de a para que la recta t que pasa por los puntos A y B, sea paralela a la recta s.

b) (1 punto) Hallar la ecuación del plano que contiene a r y es paralelo a s.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Hallar la ecuación del plano que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular a los planos

$$\pi_1 \equiv 5x - y - 7z = 1 \quad \text{y} \quad \pi_2 \equiv 2x + 3y + z = 5.$$