UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS
OFICIALES DE GRADO

Curso **2011-2012**
MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**
Calificación total máxima: 10 puntos.
Tiempo: Hora y media.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. **Calificación máxima:** 3 puntos.
Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} 3x + A\,, & \text{si } x \leq 3\,, \\ -4 + 10x - x^2\,, & \text{si } x > 3\,, \end{cases}$$

se pide:

a) (1 punto) Hallar el valor de A para que $f(x)$ sea continua. ¿Es derivable para ese valor de A?
b) (1 punto) Hallar los puntos en los que $f'(x) = 0$.
c) (1 punto) Hallar el máximo absoluto y el mínimo absoluto de $f(x)$ en el intervalo $[4, 8]$.

Ejercicio 2. **Calificación máxima:** 3 puntos.
Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\left\{ \begin{array}{ccccccc} 3x & + & ay & + & 4z & = & 6\,, \\ x & + & (a+1)y & + & z & = & 3\,, \\ (a-1)x & - & ay & - & 3z & = & -3\,, \end{array} \right.$$

se pide:

a) (2 puntos) Discutir el sistema según los valores de a.
b) (1 punto) Resolverlo para $a = -1$.

Ejercicio 3. **Calificación máxima:** 2 puntos.
Se dan la recta r y el plano π, mediante

$$r \equiv \frac{x-4}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{3}\,, \qquad \pi \equiv 2x + y - 2z - 7 = 0\,.$$

Obtener los puntos de la recta cuya distancia al plano es igual a uno.

Ejercicio 4. **Calificación máxima:** 2 puntos.
Dadas las rectas

$$r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-2}\,, \qquad s \equiv \begin{cases} x + y = 4\,, \\ 2x + z = 4\,, \end{cases}$$

se pide:

a) (1,5 puntos) Hallar la ecuación del plano que pasa por $A(2, 3, 4)$ y es paralelo a las rectas r y s.
b) (0,5 puntos) Determinar la ecuación de la recta que pasa por $B(4, -1, 2)$ y es perpendicular al plano hallado anteriormente.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. **Calificación máxima:** 3 puntos.

Dado el punto $P(2,1,-1)$, se pide:

a) (0,5 puntos) Hallar el punto P' simétrico de P respecto del punto $Q(3,0,2)$.

b) (1,25 puntos) Hallar el punto P'' simétrico de P respecto de la recta $r \equiv x-1 = y-1 = z$.

c) (1,25 puntos) Hallar el punto P''' simétrico de P respecto del plano $\pi \equiv x+y+z=3$.

Ejercicio 2. **Calificación máxima:** 3 puntos.

Dada la función $f(x) = x^2 \operatorname{sen} x$, se pide:

a) (1 punto) Determinar, justificando la respuesta, si la ecuación $f(x)=0$ tiene alguna solución en el intervalo abierto $(\pi/2, \pi)$.

b) (1 punto) Calcular la integral de f en el intervalo $[0,\pi]$.

c) (1 punto) Obtener la ecuación de la recta normal a la gráfica de $y=f(x)$ en el punto $(\pi, f(\pi))$. Recuérdese que la recta normal es la recta perpendicular a la recta tangente en dicho punto.

Ejercicio 3. **Calificación máxima:** 2 puntos.

Sean $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d} \in \mathbf{R}^3$, vectores columna. Si

$$\det(\vec{a}, \vec{b}, \vec{d}) = -1, \qquad \det(\vec{a}, \vec{c}, \vec{d}) = 3, \qquad \det(\vec{b}, \vec{c}, \vec{d}) = -2,$$

calcular razonadamente el determinante de las siguientes matrices:

a) (0,5 puntos) $\det(\vec{a}, 3\vec{d}, \vec{b})$.

b) (0,75 puntos) $\det(\vec{a}-\vec{b}, \vec{c}, -\vec{d})$.

c) (0,75puntos) $\det(\vec{d}+3\vec{b}, 2\vec{a}, \vec{b}-3\vec{a}+\vec{d})$.

Ejercicio 4. **Calificación máxima:** 2 puntos.

Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left\{ \begin{array}{rcrcrcr} x & & & - & 2z & = & 2\,, \\ ax & - & y & + & z & = & -8\,, \\ 2x & & & + & az & = & 4\,, \end{array} \right.$$

se pide:

a) (1,5 puntos) Discutir el sistema según los valores de a.

b) (0,5 puntos) Resolverlo para $a=-5$.