



UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID  
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS  
OFICIALES DE GRADO  
Curso 2013-2014  
MATERIA: MATEMÁTICAS II



INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger una de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**  
**Calificación:** Las preguntas 1ª y 2ª se valorarán sobre 3 puntos; las preguntas 3ª y 4ª sobre 2 puntos.  
**Tiempo:** 90 minutos.

OPCIÓN A

**Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.**

Dada la función

$$f(x) = \frac{1}{x+1} + \frac{x}{x+4},$$

se pide:

- (1 punto) Determinar el dominio de  $f$  y sus asíntotas.
- (1 punto) Calcular  $f'(x)$  y determinar los extremos relativos de  $f(x)$ .
- (1 punto) Calcular  $\int_0^1 f(x) dx$ .

**Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.**

Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & a \\ 1 & a & 1 \\ a-1 & a & 2 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad O = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

se pide:

- (1 punto) Determinar el valor o valores de  $a$  para los cuales no existe la matriz inversa  $A^{-1}$ .
- (1 punto) Para  $a = -2$ , hallar la matriz inversa  $A^{-1}$ .
- (1 punto) Para  $a = 1$ , calcular todas las soluciones del sistema lineal  $AX = O$ .

**Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.**

Dados los puntos  $A(2, 0, -2)$ ,  $B(3, -4, -1)$ ,  $C(5, 4, -3)$  y  $D(0, 1, 4)$ , se pide:

- (1 punto) Calcular el área del triángulo de vértices  $A$ ,  $B$  y  $C$ .
- (1 punto) Calcular el volumen del tetraedro  $ABCD$ .

**Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.**

Dados los planos

$$\pi_1 \equiv 2x + z - 1 = 0, \quad \pi_2 \equiv x + z + 2 = 0, \quad \pi_3 \equiv x + 3y + 2z - 3 = 0,$$

se pide:

- (1 punto) Obtener las ecuaciones paramétricas de la recta determinada por  $\pi_1$  y  $\pi_2$ .
- (1 punto) Calcular el seno del ángulo que la recta del apartado anterior forma con el plano  $\pi_3$ .

## OPCIÓN B

### Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dados el plano  $\pi$  y la recta  $r$  siguientes:

$$\pi \equiv 2x - y + 2z + 3 = 0, \quad r \equiv \begin{cases} x = 1 - 2t, \\ y = 2 - 2t, \\ z = 1 + t, \end{cases}$$

se pide:

- a) (1 punto) Estudiar la posición relativa de  $r$  y  $\pi$ .
- b) (1 punto) Calcular la distancia entre  $r$  y  $\pi$ .
- c) (1 punto) Obtener el punto  $P'$  simétrico de  $P(3, 2, 1)$  respecto del plano  $\pi$ .

### Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{5 \operatorname{sen} x}{2x} + \frac{1}{2}, & \text{si } x < 0, \\ a, & \text{si } x = 0, \\ xe^x + 3, & \text{si } x > 0, \end{cases}$$

se pide:

- a) (1 punto) Hallar, si existe, el valor de  $a$  para que  $f(x)$  sea continua.
- b) (1 punto) Decidir si la función es derivable en  $x = 0$  para algún valor de  $a$ .
- c) (1 punto) Calcular la integral:

$$\int_1^{\ln 5} f(x) dx,$$

donde  $\ln$  denota logaritmo neperiano.

### Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Dada la ecuación matricial:

$$\begin{pmatrix} a & 2 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},$$

donde  $B$  es una matriz cuadrada de tamaño  $2 \times 2$ , se pide:

- a) (1 punto) Calcular el valor o valores de  $a$  para los que esta ecuación tiene solución.
- b) (1 punto) Calcular  $B$  en el caso  $a = 1$ .

### Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Estudiar el rango de la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 & 5 \\ 2 & 2 & -1 & a \\ 1 & 1 & 1 & 6 \\ 3 & 1 & -4 & a \end{pmatrix}$$

según los valores del parámetro  $a$ .